

4.4 Równanie Clapeyrona

Gazy są zdolne do **dyfuzji**, czyli samorzutnego rozprzestrzenienia się cząsteczek poprzez chaotyczne ich ruchy w określonej **objętości**.

Np.

Podczas pompowania opon w rowerze na dworze (dana **temperatura**) poprzez pompkę dostarczamy nową "porcję" cząsteczek (liczba **moli**), zwiększa się przy tym **objętość** opon, a co za tym idzie **ciśnienie**.

Równanie Clapeyrona - równanie **gazu doskonałego** przedstawiające zależności pomiędzy **ciśnieniem (p)**, **objętością (V)**, **liczbą moli (n)**, **stałą gazową (R)** i **temperaturą (T)**.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

p - ciśnienie gazu [hPa / Pa]

V - objętość [dm³ / m³]

n - liczba moli gazu [mol]

R - stała gazowa $[83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} / 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}]$

T - temperatura [K]

Jednostki w **równaniu Clapeyrona** są ważne i istnieją 2 zestawy:

- **hPa; dm³, mol, 83,14 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, K** —> czyli, gdy w **równaniu Clapeyrona** są **hPa** to muszą być **dm³** oraz **R = 83,14 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$**
- **Pa; m³, mol, 8,314 $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, K** —> czyli, gdy w **równaniu Clapeyrona** są **Pa** to muszą być **m³** oraz **R = 8,314 $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$**

#Wskazówki:

- zapamiętaj jeden zestaw jednostek w **równaniu Clapeyrona** i w zależności od danych np. zamień **m³** na **dm³**, czy **hPa** na **Pa**
- gdy **temperatura** jest podana w **stopniach Celsjusza [°C]** to do jej wartości dodaj **273**, a otrzymany wynik będzie w **kalwinach [K]**

Np.

$$20^{\circ}\text{C} = 20 + 273 = 293\text{K}$$

$$0^{\circ}\text{C} = 0 + 273 = 273\text{K}$$

$$-20^{\circ}\text{C} = (-20) + 273 = 253\text{K}$$

#Przypomnienie:

- 1 **m³** = 1000 **dm³**
- 1 litr = 1 **dm³**
- 1 **hPa** = 100 **Pa**

Wyprowadzenie jednostki na stałą gazową **R**:

Wyprowadź jednostkę na stałą gazową **R** w równaniu Clapeyrona.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$R = \frac{p \cdot V}{n \cdot T}$$

$$R = \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$R = \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

1. Wyprowadź wzór z równania Clapeyrona na stałą gazową **R**
2. Podstaw odpowiednie jednostki pod odpowiednie wielkości fizyczne.

Podsumowanie - przekształcone wzory z równania Clapeyrona:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

“PiWo Na RaTy”

p - ciśnienie gazu [hPa / Pa]

V - objętość [dm³ / m³]

n - liczba moli gazu [mol]

R - stała gazowa [83,14 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ / 8,314 $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$]

T - temperatura [K]

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R}$$

#4.4.1

Oblicz, jakie ciśnienie wywiera 0,5 mola chloru cząsteczkowego, w temperaturze -35 stopni Celsjusza w zbiorniku o pojemności 10 dm³.

SPOSÓB I - **R** = 83,14 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

SPOSÓB II - **R** = 8,314 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$V = 10 \text{ dm}^3$$

$$V = 0,01 \text{ m}^3$$

$$n = 0,5 \text{ mol}$$

$$n = 0,5 \text{ mol}$$

$$T = 273 + (-35) = 238 \text{ K}$$

$$T = 273 + (-35) = 238 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

$$p = \frac{0,5 \cdot 83,14 \cdot 238}{10}$$

$$p = \frac{0,5 \cdot 8,314 \cdot 238}{0,01}$$

$$p = 989,37 \text{ hPa}$$

$$p = 98937 \text{ Pa}$$

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.
2. Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
3. Oblicz ciśnienie - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
4. Napisz odpowiedź.

0,5 moli chloru w temperaturze -35°C w zbiorniku o pojemności 10dm³ wywiera ciśnienie równe 989,37 hPa / 98937 Pa

*Gdybyś użył **sposób II**, a polecenie nakazuje np. podać wynik w **hPa** to na końcu zamień Pa na hPa i wtedy też dostaniesz punkt za **sposób**.

Np.

$$p = 98936,6 \text{ Pa} = \mathbf{989,366 \text{ hPa}}$$

#4.4.2

Oblicz, jaką **objętość** zajmie pod **ciśnieniem** 102000 Pa i **temperaturze** 25 stopni Celsjusza 12 moli amoniaku - NH_3 .

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 1020 \text{ hPa}$$

$$n = 12 \text{ mol}$$

$$T = 273 + 25 = 298 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 102000 \text{ Pa}$$

$$n = 12 \text{ mol}$$

$$T = 273 + 25 = 298 \text{ K}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

$$V = \frac{12 \cdot 83,14 \cdot 298}{1020}$$

$$V = \mathbf{291,5 \text{ dm}^3}$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

$$V = \frac{12 \cdot 8,314 \cdot 298}{102000}$$

$$V = \mathbf{0,2915 \text{ m}^3}$$

12 moli amoniaku - NH_3 w temperaturze 25°C pod ciśnieniem 102000 Pa zajmuje **objętość** $291,5 \text{ dm}^3$ / $0,2915 \text{ m}^3$.

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.

2. Przekształć wzór z równania Clapeyrona.

3. Oblicz **objętość** - podstaw wartości liczbowe do wzoru.

4. Napisz odpowiedź.

*Gdybyś użył **sposób I**, a polecenie nakazuje np. podać wynik w m^3 to na końcu zamień dm^3 na m^3 i wtedy też dostaniesz punkt za **sposób**.

Np.

$$V = 291,5 \text{ dm}^3 = 0,2915 \text{ m}^3$$

#4.4.3

Oblicz, liczbę **moli** tlenku węgla (II) - CO , który zajmuje **objętość** $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ w temperaturze 313 K pod ciśnieniem 1025 hPa.

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 1025 \text{ hPa}$$

$$V = 4,8 \text{ dm}^3$$

$$T = 313 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 102500 \text{ Pa}$$

$$V = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = 313 \text{ K}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{1025 \cdot 4,8}{83,14 \cdot 313}$$

$$n = 0,19 \text{ mol}$$

W $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ w temperaturze 313 K pod ciśnieniem 1025 hPa znajduje się **0,19 mola** tlenku węgla (II) - CO.

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{102500 \cdot 4,8 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 313}$$

$$n = 0,19 \text{ mol}$$

- Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
- Oblicz liczbę moli - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
- Napisz odpowiedź.

Z notatki 4.2 Mol i masa molowa, wiemy że **1 mol - $6,02 \cdot 10^{23}$ atomów / cząsteczek** [stała Avogadra - N_A]

#4.4.4

Oblicz, liczbę cząsteczek tlenku azotu (IV) - NO_2 , który zajmuje objętość 80 dm^3 w temperaturze 288 K, pod ciśnieniem 1013 hPa.

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 1013 \text{ hPa}$$

$$V = 80 \text{ dm}^3$$

$$T = 288 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 101300 \text{ Pa}$$

$$V = 0,08 \text{ m}^3$$

$$T = 288 \text{ K}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{1013 \cdot 80}{83,14 \cdot 288}$$

$$n = 3,38 \text{ mol}$$

$$1 \text{ mol} - 6,02 \cdot 10^{23} \text{ cząsteczek } \text{NO}_2$$

$$3,38 \text{ mol} - x$$

$$x = 2,03 \cdot 10^{24} \text{ cząsteczek } \text{NO}_2$$

W 80 dm^3 w temperaturze 288 K pod ciśnieniem 1013 hPa znajduje się **$2,03 \cdot 10^{24}$ cząsteczek** tlenku azotu (IV) - NO_2 .

- Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.
- Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
- Oblicz liczbę moli - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
- Ułóż odpowiednią proporcję, aby obliczyć liczbę cząsteczek - $1 \text{ mol} = 6,02 \cdot 10^{23}$ cząsteczek
- Napisz odpowiedź.

#4.4.5 Oblicz, **liczbę atomów** azotu cząsteczkowego, który zajmuje **objętość 3,6 dm³** w **temperaturze 23 stopni Celsjusza**, pod **ciśnieniem 1000 hPa**.

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 1000 \text{ hPa}$$

$$p = 100000 \text{ Pa}$$

$$V = 3,6 \text{ dm}^3$$

$$V = 0,0036 \text{ m}^3$$

$$T = 273 + 23 = 296 \text{ K}$$

$$T = 273 + 23 = 296 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{1000 \cdot 3,6}{83,14 \cdot 296}$$

$$n = \frac{100000 \cdot 0,0036}{8,314 \cdot 296}$$

$$n = 0,15 \text{ mol}$$

$$n = 0,15 \text{ mol}$$

$$1 \text{ mol N}_2 - 2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów N}$$

$$0,15 \text{ mol} - x$$

$$x = 1,806 \cdot 10^{23} \text{ atomów N}$$

[1 cząsteczka N₂ zbudowana jest z 2 atomów N]

W **3,6 dm³** w **temperaturze 23°C** pod **ciśnieniem 1000 hPa** znajduje się **1,806 · 10²³ atomów** azotu.

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.
2. Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
3. Oblicz liczbę moli - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
4. Ułóż odpowiednią proporcję, aby obliczyć liczbę atomów - $1 \text{ mol} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów}$
5. Napisz odpowiedź.

#4.4.6 Oblicz, w której próbce znajduje się więcej **atomów**, jeżeli próbka A zawiera **0,002 m³ tlenu**, a próbka B **3,5 dm³ helu**. Oba gazy znajdują się w **temperaturze -29°C** pod **ciśnieniem 1200 hPa**.

Aby policzyć ile znajduje się **atomów** w każdej próbce, na początku oblicz liczbę **moli**, następnie liczbę **atomów**, a na końcu porównaj.

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

próbka A/B

próbka A/B

$$p = 1200 \text{ hPa}$$

$$p = 120000 \text{ Pa}$$

$$T = 273 + (-29) = 244 \text{ K}$$

$$T = 273 + (-29) = 244 \text{ K}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

próbka A - O₂

próbka A - O₂

$$V = 2 \text{ dm}^3$$

$$V = 0,002 \text{ m}^3$$

próbka B - He

próbka B - He

$$V = 3,5 \text{ dm}^3$$

$$V = 0,0035 \text{ m}^3$$

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

próbka A - O_2

$$n = \frac{1200 \cdot 2}{83,14 \cdot 244}$$

$$n = 0,12 \text{ mol}$$

próbka B - He

$$n = \frac{1200 \cdot 3,5}{83,14 \cdot 244}$$

$$n = 0,21 \text{ mol}$$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{120000 \cdot 0,002}{8,314 \cdot 244}$$

$$n = 0,12 \text{ mol}$$

$$n = \frac{120000 \cdot 0,0035}{8,314 \cdot 244}$$

$$n = 0,21 \text{ mol}$$

próbka A - O_2

$$1 \text{ mol } \text{O}_2 - 2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów O}$$

$$0,12 \text{ mol} - x$$

$$x = 1,445 \cdot 10^{23} \text{ atomów O}$$

[1 cząsteczka O_2 zbudowana jest z 2 atomów O]

próbka B - He

$$1 \text{ mol He} - 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów He}$$

$$0,21 \text{ mol} - x$$

$$x = 1,264 \cdot 10^{23} \text{ atomów He}$$

[He nie tworzy cząsteczek]

W temperaturze -29°C pod ciśnieniem 1200 hPa znajduje się więcej atomów tlenu ($1,445 \cdot 10^{23}$ atomów) w próbce A, niż atomów helu ($1,264 \cdot 10^{23}$ atomów) w próbce B.

- Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
- Oblicz liczbę moli - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
- Ułóż odpowiednią proporcję, aby obliczyć liczbę atomów -
 $1 \text{ mol} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów}$
- Napisz odpowiedź.

* W ostatnich typach zadań, zauważyliśmy że w przypadku obliczania liczby atomów danego pierwiastka chemicznego należy na początku obliczyć liczbę moli z równania Clapeyrona.



#4.4.7 Oblicz, **temperaturę** w **stopniach Celcjuszach** gazu wiedząc że w zamkniętym pojemniku o **pojemności 0,03 m³** wywiera on **ciśnienie** równe **2500 hPa** i znajduje się wtedy **1,2 mola** tego gazu.

SPOSÓB I - R = 83,14 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 2500 \text{ hPa}$$

$$V = 30 \text{ dm}^3$$

$$n = 1,2 \text{ mol}$$

$$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

SPOSÓB II - R = 8,314 $\frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$p = 250000 \text{ Pa}$$

$$V = 0,03 \text{ m}^3$$

$$n = 1,2 \text{ mol}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R}$$

$$T = \frac{2500 \cdot 30}{1,2 \cdot 83,14}$$

$$T = 751,7 \text{ K}$$

$$T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R}$$

$$T = \frac{250000 \cdot 0,03}{1,2 \cdot 8,314}$$

$$T = 751,7 \text{ K}$$

$$T_{\text{kalwin}} = T_{\text{celsjusz}} + 273$$

$$741,7 \text{ K} = T_{\text{celsjusz}} + 273$$

$$T_{\text{celsjusz}} = 478,7^\circ\text{C}$$

Temperatura tego gazu w zamkniętym pojemniku o **pojemności 0,03 m³**, wywierający **ciśnienie 2500 hPa**, w którym znajduje się **1,2 mola** gazu wynosi **478,7°C**.

1. Zamień jednostki zgodnie z zestawem, który wybrałś.
2. Przekształć wzór z równania Clapeyrona.
3. Oblicz wartość **temperatury** - podstaw wartości liczbowe do wzoru.
4. Zamień **temperaturę** z kalwinów na celcjusze:
• $T_{\text{kalwin}} = T_{\text{celsjusz}} + 273$
5. Napisz odpowiedź.

Prawo Avogadro VS Równanie Clapeyrona

- **1 mol = 22,4 dm³**
- tylko warunki normalne
(1013 hPa 0°C)

- $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
- każde warunki

* W zadaniach zawsze możemy zastosować równanie Clapeyrona, a prawo Avogadro wynika właśnie z niego.

#4.4.8

Wykaż, korzystając z równania Clapeyrona jaką objętość zajmuje 1 mol gazu w warunkach normalnych (1013 hPa, 0°C).

SPOSÓB I - $R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$p = 1013 \text{ hPa}$

$n = 1 \text{ mol}$

$T = 273 + 0 = 273 \text{ K}$

$R = 83,14 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

SPOSÓB II - $R = 8,314 \frac{\text{hPa} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$p = 101300 \text{ Pa}$

$n = 1 \text{ mol}$

$T = 273 + 0 = 273 \text{ K}$

$R = 8,314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$

$V = \frac{1 \cdot 83,14 \cdot 273}{1013}$

$V = 22,41 \text{ dm}^3$

$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$

$V = \frac{1 \cdot 8,314 \cdot 273}{101300}$

$V = 0,02241 \text{ m}^3$

$V = 0,02241 \text{ m}^3 = 22,41 \text{ dm}^3$

1 mol dowolnego gazu w warunkach normalnych zajmuje objętość 22,4 dm³

Trudniejsze zadania znajdziesz w notatce “4.5 Obliczenia stechiometryczne”, a więcej przykładów w zbiorze zadań “Stechiometria podstawowa”